**ЛЕКЦІЯ. Кон’юнктиві нормальні форми**

Логічна сума будь-якої кількості різних змінних, що входять із запереченням або без нього, називається елементарною диз’юнкцією.

Якщо яку-небудь функцію задано формулою у вигляді кон’юнкції елементарних диз’юнкцій, то говорять, що функцію задано її кон’юктивною нормальною формою (КНФ).

Алгоритм побудови КНФ для формули булевої алгебри:

1. Перший етап цього алгоритму такий же, як і для ДНФ.

2. Досягають того, щоб усі диз’юнкції виконувалися раніше кон’юнкцій. Для цього використовують другий дистрибутивний закон або його наслідок .

3. На основі співвідношень для констант і законів виключення третього позбуваються одиниць та за законами ідемпотентності об’єд­нують рівні члени.

Елементарна диз’юнкція, яка включає всі змінні з множини *Х*,називається *конституентою нуля*.

Досконалою кон’юнктивною нормальною формою(ДКНФ)нази­вається *КНФ*, у якої кожна елементарна диз’юнкція є конституентою нуля.

***Теорема****. Довільна булева функція f*(*x*1*, x*2*, …, xn) ≠* 1 *може бути зображена в ДКНФ єдиним способом.*

Алгоритм побудови ДКНФ для функції, яка задана таблично

1. Для кожного набору, на якому функція приймає значення 0, будують відповідну цьому набору конституенту нуля.

2. Знаходять кон’юнкцію всіх цих конституент. Це і є ДКНФ заданої функції.

На основі тотожних перетворень довільну КНФ можна перетво­рити у ДКНФ. Якщо у деяку елементарну диз’юнкцію  не входить змінна , то використовується *розщеплення диз’юнкції*  і другий дистрибутивний закон. Після тривіальних перетворень отримується ДКНФ.

*Приклади*

**1.** Побудувати КНФ для функції *f* =.

*Розв’язання*

Використавши алгоритм побудови КНФ, матимемо:

*f* ==.

*Відповідь:* .

**2.** Побудувати ДКНФ для функції *f*, яка задана таблицею 2.

*Таблиця 2*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ***x*1** | ***x*2** | ***f= x*1↔ *x*2** |  |
| 0 | 0 | 1 |  |
| 0 | 1 | 0 |  |
| 1 | 0 | 0 |  |
| 1 | 1 | 1 |  |

*Розв’язання*

Функція *f* приймає значення 0 на наборах 01 та 10. Тому відповідні цим наборам конституенти нуля –  та .

Кон’юнкція цих конституент нуля і є ДКНФ заданої функції *f =* () ().

*Відповідь: f =* () ().

**3**. Перетворити КНФ ( у ДКНФ.

*Розв’язання*

В елементарну диз’юнкцію  не входить змінна *z*, в елемен­тарну диз’юнкцію  – змінна *х*. Використовуючи розщеплення диз’юнкції, можна записати:

(== =.

*Відповідь:* .

Отже, задавати булеву функцію у ДДНФ зручно, якщо у останньому стовпчику таблиці істинності булевої функції менше одиниць, ніж нулів. Якщо кількість одиниць перевищує кількість нулів, то – у ДКНФ.

Якщо в табличному заданні булевої функції кількість нулів та одиниць однакова, можна застосовувати як ДДНФ так і ДКНФ.